

ПРОЛЕТНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

Плевен, 28 – 30 март 2025 г.

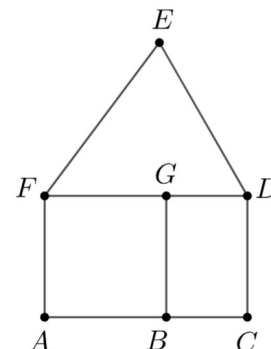
Тема за 5. клас

Задача 1. Квадратът $ABGF$, правоъгълникът $BCDG$ и триъгълникът FDE са разположени, както е показано на чертежа.

Триъгълникът FDE има обиколка 2025 см, а обиколката на фигурата $ACDEF$ е с 56% по-голяма от обиколката на FDE .

а) Намерете страната на квадрата $ABGF$.

б) Отсечката ED е с 40% по-малка от отсечката FD , която е с 40% по-голяма от отсечката EF . Колко процента от лицето на правоъгълника $ACDF$ е лицето на правоъгълника $BCDG$?



Задача 2. Мечо Пух и Йори имали общо 312 бонбона. Първо Мечо Пух подарил $\frac{1}{4}$ от своите бонбони на Йори. След това Йори дал $\frac{1}{3}$ от бонбоните, които имал в момента, на Мечо Пух. Накрая Мечо Пух подарил на Йори $\frac{1}{2}$ от бонбоните, които имал в този момент. Така се оказало, че Йори имал точно толкова бонбони, колкото имал Мечо Пух в началото. Колко бонбона е имал всеки от тях отначало?

Задача 3. Редовете и стълбовете на квадратна таблица с 2025 реда и 2025 стълба са номерирани от 1 до 2025. Първоначално всички квадратчета в таблицата са бели, а след това оцветили:

- в **жълто** всички квадратчета в редове с номер, кратен на 3, и всички квадратчета в стълбове с номер, кратен на 15;
- в **синьо** всички квадратчета в редове с номер, кратен на 5, и всички квадратчета в стълбове с номер, кратен на 9.

При смесване на жълт и син цвят се получава зелен цвят.

Ако броят на белите, жълтите, сините и зелените квадратчета в таблицата е съответно 2025. a , 2025. b , 2025. c и 2025. d , намерете a , b , c и d .

Задача 4. На горския празник се събрали вълшебни същества: феи и елфи. Оказало се, че всяка фея познава точно $\frac{1}{5}$ от останалите феи и 5 елфи, а всеки елф познава точно $\frac{1}{3}$ от останалите елфи и 3 феи.

Елфът Пък и феята Титания се познават, но нямат общи познати. Оказало се, че на празника има 262 вълшебни същества (феи или елфи), които не познават нито Пък, нито Титания.

Колко феи и колко елфи са присъствали на празника?

Забележка. Познанствата са взаимни: ако А познава В, то и В познава А.

Време за работа: 4 часа и 30 минути

ПРОЛЕТНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

Плевен, 28 – 30 март 2025 г.

Тема за 6. клас

Задача 1. По окръжност са отбелязани 15 точки, които я разделят на 15 равни дъги. Във всяка от отбелязаните точки е записано цяло число така, че произведението на всеки три поредни числа е равно на 15 и сборът на всички записани числа е -15 .

а) Намерете числата, които са записани в отбелязаните точки по окръжността.

б) Мравките Ата и Дот тръгват едновременно от една и съща отбелязана точка и се движат по окръжността в противоположни посоки. Ата се движи два пъти по-бързо от Дот.

Те се срещат 5 пъти и при всяка среща Ата запомня числото, което е записано в точката на срещата. На колко може да е равен сборът на петте числа, които е запомнила Ата?

Задача 2. Туристическо корабче изпълнява курс от точка A до точка B по течението на една река и се връща обратно по същия път.

Корабчето тръгва от A със собствена скорост V , която се отнася към скоростта на течението на реката както $4 : 1$. Когато стига до точка C , корабчето забавя ход и плава до B със собствена скорост $50\%V$.

На връщане корабчето пътува със собствена скорост $3V$ и изминава пътя от B до A три пъти по-бързо, отколкото пътя от A до B .

Намерете отношението на разстоянията AC и CB .

Забележка. Собствена скорост на плавателен съд наричаме скоростта му в спокойна вода.

Задача 3. Даден е триъгълник ABC с обиколка 96 cm. Височината CH лежи вътре в триъгълника, като $BC : AH = 2 : 3$ и $AC : BH = 17 : 6$.

а) Намерете лицето на триъгълника ABC .

б) На височината CH е избрана точка P така, че $CP : PH = 7 : 1$. Ако M е пресечната точка на правите AP и BC , а K е пресечната точка на правите BP и AC , намерете лицето на четириъгълника $CKPM$.

Задача 4. По планинска пътека се изкачвала група от 45 ученици. Техният водач ги подредил в колона един след друг. Всяко момиче казало на водача колко момчета има пред него в колоната, и всяко момче казало на водача колко момичета има пред него в колоната.

Водачът пресметнал, че сборът на числата, които му казали учениците, е 504.

Ако в групата има повече момчета, отколкото момичета, намерете броя на момчетата и броя на момичетата.

Време за работа: 4 часа и 30 минути

ПРОЛЕТНО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

Плевен, 28 – 30 март 2025 г.

Тема за 7. клас

Задача 1. Намерете броя на петцифрените числа $\overline{abcde}$, за които

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 2(a + b + c + d + e).$$

Задача 2. Вътрешната ъглополовяща BL и височината CH на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O , като $CL = OL$ и $\sphericalangle ACB$ е с 10% по-малък от $\sphericalangle ABC$.

а) Намерете $\sphericalangle BAC$.

б) Докажете, че $HA = HB + BC$.

Задача 3. В правоъгълна координатна система Oxy ще казваме, че точката $P(x, y)$ е *интересна*, ако нейните координати x и y са цели числа между -100 и 100 включително и

$$12x^2 + 7xy - 12y^2 = 0.$$

а) Намерете броя на всички интересни точки.

б) По колко различни начина могат да се изберат две интересни точки A и B така, че лицето на триъгълника AOB да е равно на 2025?

Задача 4. Да се намери най-голямото естествено число n , за което съществуват n на брой триъгълника със следното свойство: множеството от градусните мерки на ъглите на тези триъгълници се състои от $3n$ на брой различни естествени числа.

Време за работа: 4 часа и 30 минути